

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Тамбовский государственный университет имени Г.Р.Державина»

Институт математики, физики и информатики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института математики,
физики и информатики

Е.С. Жуковский

«15» января 2014 г.

ПРОГРАММА АТТЕСТАЦИОННЫХ ИСПЫТАНИЙ

для лиц, поступающих в порядке перевода из других образовательных организаций
высшего образования,

по направлению подготовки бакалавров

«Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»

Квалификация «Бакалавр»

Тамбов 2014

Программа аттестационных испытаний для лиц, поступающих в порядке перевода из других образовательных организаций высшего образования, по направлению подготовки бакалавров «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» составлена профессорско-преподавательским составом кафедр «Алгебры и геометрии», «Математического анализа» и утверждена на заседании Ученого совета института математики, физики и информатики Тамбовского государственного университета имени Г.Р. Державина.

Протокол № 5 от «15» января 2014 г.

ПЕРЕВОД НА 1 КУРС

Аттестационное испытание по дисциплине «Математика»

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ (АННОТАЦИИ ТЕМ)

Введение в математический анализ

Действительные числа. Изображение действительных чисел на прямой. Расширения множества действительных чисел.

Абсолютная величина числа. Целая часть числа. Промежутки. Окрестности.

Произведение отображений, суперпозиция функций. Обратное отображение, обратная функция. Переменная величина.

Функции действительного переменного. График. Способы задания. Некоторые типы функций (ограниченные и неограниченные, монотонные, четные и нечетные, периодические).

Сходящиеся последовательности. Бесконечные пределы. Частичные пределы.

Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.

Предел функции в точке.

Предел функции на бесконечности. Бесконечные пределы. Предел суперпозиции.

Теоремы о пределах.

Односторонние пределы.

Сравнение функций, стремящихся к нулю и бесконечности. Асимптоты.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции.

Дифференциальное исчисление

Производная. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной.

Механический смысл производной.

Теорема о линейном приближении. Связь дифференцируемости с непрерывностью.

Производные некоторых элементарных функций.

Правила вычисления производных. Производная суперпозиции. Производная обратной функции. Производные высших порядков.

Кривые на плоскости, заданные параметрически. Функции, заданные параметрически.

Их дифференцирование.

Условие постоянства функции. Условие монотонности функции. Максимумы и минимумы. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.

Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.

Выпуклость. Точки перегиба. Схема исследования функции. Построение графиков.

Дифференциал. Правила вычисления дифференциалов. Дифференциалы высших порядков.

Интегральное исчисление

Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов. Замена переменной в неопределенном интеграле.

Интегрирование по частям.

Задача интегрирования в конечном виде. Простые дроби и их интегрирование.

Интегрирование рациональных функций.

Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование некоторых трансцендентных функций.

Интегрируемость непрерывной функции. Интегрируемость функций с конечным числом точек разрыва. Линейность определенного интеграла. Аддитивность (по промежутку) определённого интеграла. Неравенства для определённого интеграла. Теорема о среднем значении.

Векторная алгебра.

Понятие вектора. Коллинеарность, компланарность векторов. Операция умножения вектора на число. Операция сложения векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Скалярное произведение и его свойства. Вычисление скалярного произведения через координаты сомножителей. Работа силы. Векторное произведение и его свойства.

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ

1. Действительные числа. Абсолютная величина числа.
2. Понятие отображения и функции. График отображения.
3. Функции действительного переменного. Способы задания. График функции.
4. Некоторые типы функций (четные и нечетные, ограниченные,
5. монотонные, периодические).
6. Сходящиеся последовательности. Единственность предела.
7. Бесконечный предел последовательности.
8. Ограниченность сходящейся последовательности.
9. Арифметические действия над сходящимися последовательностями.
10. Сходимость монотонной последовательности.
11. Число «е».
12. Лемма о вложенных отрезках.
13. Предел функции в точке.
14. Предел функции на бесконечности.
15. Первый замечательный предел.
16. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на множестве.
17. Непрерывность обратной функции.
18. Теорема об ограниченности функции.
19. Правила вычисления производных.
20. Производная суперпозиции функций.
21. Производная обратной функции.
22. Условие постоянства функции.
23. Условие монотонности функции.
24. Максимумы и минимумы функции.
25. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума (без доказательства).
26. Выпуклость. Точки перегиба.
27. Определение дифференциала. Геометрический смысл. Дифференциал суперпозиции. Дифференциалы высших порядков.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ

а) основная литература

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.1,2 М.:Просвещение, 1972.
2. Фихтенгольц Г.М., Курс дифференциального и интегрального исчисления, т 1,2,3, издание любое.
3. Бохан К.А.и др. Курс математического анализа, т.1 М: Просвещение, 1972.
4. Зорич. В.А.Математический анализ ч.1,2 М.: Наука, 1981.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г., Основы математического анализа, ч.II, М.: Наука, 1973
6. Камынин Л.И., Курс математического анализа, т1,2, МГУ, 1995.
7. Кудрявцев Л.Д., Курс математического анализа, т.1.2, М.,1988.
8. Смирнов В.И., Курс высшей математики, т.2
9. Шилов Г.Е.. Математический анализ. Функции одного переменного. ч.1-2. М.: Наука, 1970.
10. Спивак М., Математический анализ на многообразиях, М.: Мир,1968. 11.Виленкин и др. Сборник задач по математическому анализу. ч.1. М.: Просвещение,1971.
11. Берман Г.Н., Сборник задач по курсу математического анализа, М.: Наука, 1969. Давыдов Н.А.и др. Сборник задач по математическому анализу. М.: Наука, 1971. Демидович Б.П. Сборник задач по курсу математического анализа, М.: 1972.
12. Кудрявцев Л.Д.и др. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных, СПб.: Кристалл, 1994

ПЕРЕВОД НА 2 КУРС

Аттестационное испытание по дисциплине «Математический анализ»

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ (АННОТАЦИИ ТЕМ)

Введение в анализ

Действительные числа. Изображение действительных чисел на числовой прямой. Расширения множества действительных чисел.

Абсолютная величина числа. Целая часть числа. Промежутки. Окрестности. Ограниченные множества на прямой.

Отображения и функции. Ограничение отображения. График отображения.

Произведение отображений, суперпозиция функций. Обратное отображение, обратная функция. Переменная величина.

Функции действительного переменного. График. Способы задания. Ограниченные и неограниченные, монотонные, четные и нечетные, периодические функции.

Сходящиеся последовательности. Бесконечные пределы. Частичные пределы.

Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.

Предельный переход в равенствах и неравенствах. Арифметические операции над пределами. Неопределенности.

Сходимость монотонной последовательности. Число e . Лемма о вложенных отрезках.

Лемма Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости последовательности.

Предел функции в точке.

Предел функции на бесконечности. Бесконечные пределы. Предел суперпозиции.

Теоремы о пределах. Односторонние пределы. Замечательные пределы.

Сравнение функций, стремящихся к нулю и бесконечности. Асимптоты.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность на множестве. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши. Теорема о множестве значений непрерывной функции. Непрерывность обратной функции.

Обратные тригонометрические функции. Корень n -й степени.

Теорема об ограниченности функции (первая теорема Вейерштрасса). Теорема о наименьшем и наибольшем значении (вторая теорема Вейерштрасса).

Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

Степень с действительным показателем.

Степенная функция. Показательная функция. Логарифмическая функция.

Гиперболические функции. Элементарные функции.

Дифференциальное исчисление

Производная. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной.

Механический смысл производной.

Теорема о линейном приближении. Связь дифференцируемости с непрерывностью.

Производные некоторых элементарных функций.

Правила вычисления производных. Производная суперпозиции. Производная обратной функции. Производные высших порядков.

Кривые на плоскости, заданные параметрически. Функции, заданные параметрически.

Их дифференцирование.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа.

Теорема Коши. Правило Лопиталя.
Формула Тейлора (с остаточным членом в формах Пеано и Лагранжа).
Условие постоянства функции. Условие монотонности функции. Максимумы и минимумы. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.
Выпуклость. Точки перегиба. Схема исследования функции. Построение графиков.
Дифференциал. Правила вычисления дифференциалов. Дифференциалы высших порядков.

Интегральное исчисление

Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.
Задача интегрирования в конечном виде. Простые дроби и их интегрирование.
Интегрирование рациональных функций.
Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование некоторых трансцендентных функций.
Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости.
Нижние и верхние суммы. Верхний и нижний интегралы. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.
Интегрируемость непрерывной функции. Интегрируемость функций с конечным числом точек разрыва. Линейность определенного интеграла. Аддитивность (по промежутку) определённого интеграла. Неравенства для определенного интеграла. Теорема о среднем значении.
Интеграл по ориентированному отрезку. Интеграл с переменным верхним пределом.
Теорема Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле.
Интегрирование по частям в определённом интеграле.
Мера Жордана на плоскости (площадь). Необходимое и достаточное условия измеримости по Жордану. Аддитивность площади (меры Жордана).
Вычисление площади в декартовых координатах. Вычисление площади в полярных координатах.
Мера Жордана в пространстве (объем). Вычисление объемов с помощью определенного интеграла.
Спрямолинейные кривые. Длина гладкой кривой. Дифференциал длины кривой. Кривизна.
Площадь поверхности вращения. Функции с ограниченным изменением. Теорема Жордана о прямолинейных кривых.
Криволинейный интеграл по длине дуги. Некоторые приложения к механике.
Несобственные интегралы.

Дифференциальное исчисление для функций нескольких переменных

Пространство \mathbb{R}^n , сходимость. Векторные функции действительного переменного. Области.
Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность.
Частные производные. Дифференцируемость и дифференциал. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Дифференцируемость гладкой функции.
Дифференцируемость суперпозиции. Дифференциал суперпозиции.
Производная по вектору (по направлению). Градиент. Касательная плоскость к графику функции двух переменных.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков.
Формула Тейлора.
Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.
Достаточные условия экстремума. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции.
Отображения из \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^n . Линейные отображения. Дифференцируемые и гладкие отображения. Непрерывность дифференцируемого отображения.
Касательное отображение (дифференциал отображения). Матрица Якоби. Якобиан. Теорема о среднем значении.
Произведение отображений. Обратное отображение. Криволинейные координаты. Многообразия, заданные параметрически. Касательная плоскость к многообразию. Теорема о неявной функции. Теорема об обратной функции.
Зависимость функций. Теорема о ранге. Кривые на плоскости, задаваемые уравнением.
Касательная к кривой. Многообразия в пространстве, задаваемые системой уравнений.
Касательная плоскость к многообразию.
Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

Числовые ряды

Понятие числового ряда. Сходимость числового ряда. Геометрическая прогрессия. Необходимое условие сходимости числового ряда. Сложение рядов и умножение ряда на число. Критерий Коши сходимости числового ряда. Ряды с положительными членами.
Условие сходимости.
Признак сравнения сходимости рядов с положительными членами. Признак сходимости Даламбера.
Признак сходимости Коши. Интегральный признак сходимости.
Знакопередающиеся ряды. Признак сходимости. Абсолютная и условная сходимости.
Преобразование Абеля (дискретный аналог интегрирования по частям), признаки Дирихле и Абеля сходимости ряда. Понятие о бесконечном произведении.
Равномерная сходимость. Критерий равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Перестановка членов абсолютного сходящегося ряда. Теорема Римана. Операции над рядами (расстановка и раскрытие скобок, умножение рядов).
Функциональные последовательности и функциональные ряды. Непрерывность предельной функции и суммы ряда. Интегрирование функциональной последовательности и функционального ряда.
Дифференцирование функциональной последовательности и функционального ряда.
Понятие степенного ряда. Промежуток сходимости.
Равномерная сходимость степенного ряда. Интегрирование и дифференцирование степенного ряда.
Задача разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Условия разложения функции в степенной ряд.
Разложение в степенной ряд показательной функции. Разложение в степенной ряд синуса и косинуса. Разложение в степенной ряд логарифмической функции.
Биномиальный ряд.
Последовательности и ряды комплексных чисел. Сходимость комплексных последовательностей и рядов.

Степенные ряды с комплексными членами. Показательная функция комплексного переменного. Тригонометрические функции комплексного переменного.

Интегралы, зависящие от параметра

Собственные интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход под знаком интеграла. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование собственных интегралов.

Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости.

Непрерывность, интегрирование и дифференцирование несобственных интегралов, зависящих от параметра. Интеграл Дирихле.

Приложения теории интегралов, зависящих от параметра, к вычислению некоторых несобственных интегралов.

Эйлеровы интегралы (бета-функция, гамма-функция). Формула Стирлинга.

Свертка функций. Сходимость свертки. Дельтаобразные последовательности функций.

Теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции алгебраическими и тригонометрическими многочленами.

Ряды Фурье

Тригонометрические ряды. Соотношения ортогональности для тригонометрических функций. Тригонометрический ряд Фурье.

Сходимость ряда Фурье для кусочно - гладкой функции. Разложение только по синусам или косинусам.

Разложение в ряды Фурье на произвольном отрезке. Ряд Фурье в комплексной форме.

Преобразование Фурье

Преобразование Фурье. Формула обращения. Равенство Парсеваля (формула Планшереля).

Преобразование Фурье и оператор дифференцирования. Связь гладкости функции и скорости убывания ее преобразования Фурье. Преобразование Фурье быстроубывающих функций.

Преобразование Фурье и свертка.

Интегральное исчисление для функций нескольких переменных

Определение двойного интеграла. Условия существования двойного интеграла.

Некоторые классы интегрируемых функций.

Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.

Замена переменных в двойном интеграле.

Двойной интеграл в полярных координатах.

Геометрический смысл якобиана. Геометрический смысл двойного интеграла.

Вычисление объемов с помощью двойного интеграла.

Поверхности, заданные параметрически. Площадь поверхности. Вычисление площади

поверхности с помощью двойного интеграла. Проблема измерения площади поверхности.

Интеграл по площади поверхности (поверхностный интеграл первого типа).

Механические приложения двойного интеграла.

Определение тройного интеграла. Условия существования тройного интеграла.

Свойства тройного интеграла.

Вычисление тройного интеграла. Геометрический смысл тройного интеграла.
 Замена переменных в тройном интеграле.
 Приложения тройных интегралов.
 Параметризованные пути. Эквивалентные пути. Противоположные пути.
 Дифференциальные формы первой степени.
 Криволинейный интеграл от дифференциальной формы. Механический смысл криволинейного интеграла.
 Необходимое и достаточное условие существования первообразной для дифференциальной формы первой степени.
 Формула Грина. Выражение площади плоской фигуры с помощью криволинейного интеграла.
 Криволинейный интеграл от замкнутой дифференциальной формы на плоскости.
 Интеграл с переменным верхним пределом от замкнутой дифференциальной формы на плоскости. Связь с комплексным анализом.
 Криволинейный интеграл по длине дуги.
 Векторные поля. Связь криволинейных интегралов двух типов.
 Параметризованные поверхности. Эквивалентные поверхности. Противоположные поверхности.
 Дифференциальные формы. Дифференцирование дифференциальных форм.
 Поверхностный интеграл по параметризованной поверхности от дифференциальной формы второй степени.
 Ориентированные поверхности. Поверхностный интеграл по ориентированной поверхности. Связь поверхностных интегралов двух типов.
 Формула Стокса. Криволинейный интеграл от замкнутой дифференциальной формы в пространстве. Инвариантное определение ротора. Физический смысл ротора.
 Формула Гаусса-Остроградского.
 Инвариантное определение дивергенции. Физический смысл дивергенции.
 Несобственные кратные интегралы.

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ

1. Действительные числа. Абсолютная величина числа.
2. Понятие отображения и функции. График отображения.
3. Произведение отображений, суперпозиция функций.
4. Обратное отображение. Обратная функция.
5. Функции действительного переменного. Способы задания. График функции.
6. Четные и нечетные, ограниченные, монотонные, периодические функции.
7. Сходящиеся последовательности. Единственность предела.
8. Бесконечный предел последовательности.
9. Частичные пределы.
10. Предельный переход в равенствах и неравенствах.
11. Ограниченность сходящейся последовательности.
12. Арифметические действия над сходящимися последовательностями.
13. Сходимость монотонной последовательности.
14. Число «е».
15. Лемма о вложенных отрезках.
16. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
17. Критерий Коши.
18. Предел функции в точке.
19. Предел функции на бесконечности.
20. Бесконечные пределы функции. Теоремы о пределах.
21. Предел суперпозиции.

22. Односторонние пределы.
23. Первый замечательный предел.
24. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на множестве.
25. Арифметические действия над непрерывными функциями. Непрерывность суперпозиции функций.
26. Теорема об обращении функции в ноль.
27. Теорема о промежуточном значении.
28. Теорема о множестве значений непрерывной функции.
29. Непрерывность обратной функции.
30. Обратные тригонометрические функции.
31. Теорема об ограниченности функции.
32. Теорема о наибольшем и наименьшем значении функции.
33. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
34. Степень с рациональным показателем. Показательная функция на множестве рациональных чисел.
35. Степень с действительным показателем. Показательная функция на множестве действительных чисел.
36. Логарифмическая функция. Степенная функция.
37. Гиперболические функции. Обратные гиперболические функции.
38. Производная. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной. Теорема о линейном приближении.
39. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью.
40. Правила вычисления производных.
41. Производная суперпозиции функций.
42. Производная обратной функции.
43. Теорема Ферма.
44. Теорема Ролля.
45. Теорема Лагранжа.
46. Теорема Коши.
47. Правило Лопиталья.
48. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
49. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
50. Условие постоянства функции.
51. Условие монотонности функции.
52. Максимумы и минимумы функции.
53. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума (без доказательства).
54. Выпуклость. Точки перегиба.
55. Определение дифференциала. Геометрический смысл. Дифференциал суперпозиции. Дифференциалы высших порядков.
56. Числовые ряды. Основные понятия. Сходящиеся ряды и их свойства.
57. Необходимое условие сходимости ряда. Остаток ряда. Действия над сходящимися рядами. Критерий Коши.
58. Положительные ряды. Критерий сходимости. Признаки сравнения положительных рядов.
59. Достаточные признаки сходимости Даламбера и Коши.
60. Интегральный признак сходимости Маклорена-Коши.
61. Знакопередающиеся ряды.
62. Абсолютно сходящиеся ряды.
63. Условно сходящиеся ряды. Теорема Римана. Произведение рядов.
64. Преобразование Абеля. Признаки сходимости Дирихле и Абеля для числовых рядов.

65. Функциональные последовательности и ряды. Основные понятия. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов.
66. Критерии равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов.
67. Признак Вейерштрасса. Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости рядов функциональных рядов.
68. Непрерывность предельной функции (суммы ряда). Интегрирование равномерно сходящихся последовательностей и рядов.
69. Дифференцирование равномерно сходящихся последовательностей и рядов.
70. Понятие степенного ряда. Область сходимости степенного ряда.
71. Равномерная сходимость степенного ряда.
72. . Непрерывность суммы степенного ряда.
73. Интегрирование и дифференцирование степенного ряда.
74. Задача разложения функции в степенной ряд.
75. Разложение в ряд Тейлора функций $e^x, \operatorname{ch}x, \operatorname{sh}x, \cos x, \sin x, \ln(1+x), \operatorname{arctg}x$.
76. Биномиальный ряд.
77. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции многочленами.
78. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность.
79. Дифференцирование собственных интегралов, зависящих от параметра.
80. Интегрирование собственных интегралов, зависящих от параметра.
81. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость
82. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование несобственных интегралов, зависящих от параметра.
83. Гамма-функция.
84. Бета-функция. Связь с гамма-функцией.
85. Формула Стирлинга.
86. Тригонометрические ряды Фурье. Принцип локализации для рядов Фурье.
87. Ряд Фурье кусочно-гладкой функции.
88. Дифференцирование ряда Фурье.
89. Неравенство Бесселя. Равномерная сходимость ряда Фурье.
90. Комплексная форма ряда Фурье. Ряд Фурье периодической функции.
91. Интеграл и преобразование Фурье. Простейшие свойства преобразования Фурье.
92. Дифференцирование преобразования Фурье и преобразование Фурье производной.
93. Достаточные условия разложения функции в интеграл Фурье. Формулы обращения.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ

1. Берман Г.Н., Сборник задач по курсу математического анализа, М.: Наука, 1969.
2. Бохан К.А. и др. Курс математического анализа, т.1 М: Просвещение, 1972.
3. Виленкин и др. Сборник задач по математическому анализу. ч.1. М.: Просвещение, 1971.
4. Давыдов Н.А. и др. Сборник задач по математическому анализу. М.: Наука, 1971.
5. Демидович Б.П. Сборник задач по курсу математического анализа, М.: 1972.
6. Зорич. В.А. Математический анализ ч.1,2 М.: Наука, 1981.
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г., Основы математического анализа, ч. II, М.: Наука, 1973
8. Камынин Л.И., Курс математического анализа, т1,2, МГУ, 1995.
9. Кудрявцев Л.Д., Курс математического анализа, т.1.2, М.,1988.
10. Кудрявцев Л.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных, СПб.: Кристалл, 1994
11. Смирнов В.И., Курс высшей математики, т.2
12. Спивак М., Математический анализ на многообразиях, М.: Мир, 1968.

13. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.1,2 М.: Просвещение, 1972.
14. Фихтенгольц Г.М., Курс дифференциального и интегрального исчисления, т 1,2,3, издание любое.
15. Шилов Г.Е.. Математический анализ. Функции одного переменного. ч.1-2. М.: Наука, 1970.

Аттестационное испытание по дисциплине «Алгебра»

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ (АННОТАЦИИ ТЕМ)

Введение в алгебру.

Символика математической логики. Множества. Операции над множествами. Декартово произведение. Отображения. Сюръективные, инъективные и биективные отображения. Композиция отображений. Обратное отображение. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Факторизация отображений. Отношение порядка. Перестановки. Мощность множества перестановок. Произведение перестановок. Степень перестановки. Циклическая структура перестановки. Четность и знак перестановки. Понятие числа. Натуральные числа. Рациональные числа. Действительные числа. Комплексные числа. Операции над комплексными числами. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Векторное арифметическое пространства. Система линейных алгебраических уравнений. Равносильность систем. Элементарные преобразования. Метод Гаусса. Применение метода Гаусса к исследованию и решению систем. Решение системы двух уравнений с двумя неизвестными. Понятие определителя второго порядка. Решение системы трех уравнений с тремя неизвестными. Понятие определителя третьего порядка. Арифметическое векторное пространство. Линейные комбинации. Линейная оболочка. Линейная зависимость. Базис. Размерность.

Матрицы.

Ранг системы векторов. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. Ранг матрицы. Исследование системы линейных уравнений. Необходимое и достаточное условие совместности системы. Критерий единственности решения. Структура множества решений совместной системы. Общее решение однородной системы. Общее решение неоднородной системы. Линейные отображения. Матрица линейного отображения. Сложение матриц. Умножение матриц на число. Композиция линейных отображений и произведение матриц. Оценка ранга произведения матриц. Транспонирование. Квадратные матрицы. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы. Использование обратной матрицы для решения систем.

Определители.

Определитель n -ого порядка. Свойства определителей. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца). Определители специальных матриц. Определитель Вандермонда. Определитель произведения матриц. Критерий невырожденности матрицы. Применение определителей к вычислению обратной матрицы. Формулы Крамера решения систем. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.

Алгебраические системы. Группы.

Операции. Классы операций. Нейтральные и обратные элементы. Обратимые операции. Алгебраические системы. Гомоморфные и изоморфные отображения систем. Группы. Подгруппы. Циклические группы. Отображения групп. Полугруппы. Конечные группы. Таблицы Кэли. Теорема Кэли. Смежные классы.

Теорема Лагранжа. Фактор-группа по нормальному делителю. Теорема о гомоморфизме групп. Ядро гомоморфизма.

Кольца и поля.

Кольца. Простейшие свойства. Подкольца. Гомоморфизмы колец. Типы колец. Поле. Характеристика поля. Изоморфизмы полей. Примеры колец, полей. Поле комплексных чисел. Геометрическое истолкование действий с комплексными числами. Кольцо классов вычетов.

Кольцо многочленов от одной переменной. Поле отношений.

Кольцо многочленов $A[x]$ над целостным кольцом A от одной переменной x . Алгебраическая и функциональная точки зрения на многочлен. Понятие алгебраического и трансцендентного элементов. Деление с остатком в кольце $A[x]$. Отношение делимости в кольцах. Неразложимые элементы кольца. Факториальные кольца. Условие однозначности разложения любого элемента кольца на простые множители. НОД и НОК в кольцах. Свойства НОД и НОК. Теорема о НОД и НОК в факториальных кольцах. Евклидово кольцо. НОД и НОК в евклидовых кольцах. Алгоритм Евклида. Теорема о факториальности евклидовых колец. Факториальность кольца многочленов $P[x]$ над полем P . Теорема о бесконечности множества неприводимых многочленов в $P[x]$ Примитивные многочлены. Теорема Гаусса о содержании произведения многочленов. Критерий неприводимости Эйзенштейна в кольце $\mathbb{Q}[x]$. Поле отношений целостного кольца. Поле рациональных дробей. Простейшие дроби.

Корни многочленов.

Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера. Кратные корни. Теорема о разложении многочлена на линейные множители. Формулы Виета. Изоморфизм кольца $A[x]$ над бесконечным кольцом A кольцу полиномиальных функций. Интерполяция многочленов. Дифференцирование в кольце многочленов. Производная n -ого порядка. Кратные множители.

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ

1. Символика математической логики. Множества. Операции над множествами. Декартово произведение множеств.
2. Отображения. Сюръективные, инъективные и биективные отображения.
3. Композиция отображений.
4. Обратное отображение.
5. Бинарные отношения.
6. Отношение эквивалентности.
7. Факторизация отображений.
8. Отношение порядка.
9. Перестановки. Мощность множества перестановок. Произведение перестановок. Степень перестановки.
10. Циклическая структура перестановки. Четность и знак перестановки.
11. Система линейных алгебраических уравнений. Равносильность систем. Элементарные преобразования.
12. Метод Гаусса.
13. Применение метода Гаусса к исследованию и решению систем.
14. Арифметическое векторное пространство. Линейные комбинации. Линейная оболочка.
15. Линейная зависимость.

16. Базис. Размерность. Ранг системы векторов.
17. Строчечный и столбцевой ранги матрицы. Ранг матрицы.
18. Исследование системы линейных уравнений. Необходимое и достаточное условие совместности системы. Критерий единственности решения.
19. Структура множества решений совместной системы. Общее решение однородной системы.
20. Общее решение неоднородной системы.
21. Линейные отображения. Матрица линейного отображения.
22. Сложение матриц. Умножение матриц на число.
23. Композиция линейных отображений и произведение матриц.
24. Оценка ранга произведения матриц.
25. Транспонирование.
26. Квадратные матрицы.
27. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы.
28. Вычисление обратной матрицы.
29. Использование обратной матрицы для решения систем.
30. Определитель n -ого порядка.
31. Свойства определителей.
32. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
33. Определители специальных матриц.
34. Определитель Вандермонда.
35. Определитель произведения матриц.
36. Критерий невырожденности матрицы.
37. Применение определителей к вычислению обратной матрицы.
38. Формулы Крамера решения систем.
39. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
40. Операции. Классы операций. Ассоциативные операции
41. Нейтральные и обратные элементы. Обратимые операции.
42. Алгебраические системы. Гомоморфные и изоморфные отображения систем.
43. Группы. Примеры групп. Подгруппы. Теорема о конечной подгруппе.
44. Циклические группы.
45. Отображения групп.
46. Полугруппы.
47. Конечные группы. Таблицы Кэли.
48. Теорема Кэли.
49. Смежные классы. Теорема Лагранжа (о порядке конечной группы и ее подгруппы).
50. Фактор-группа по нормальному делителю.
51. Теорема о гомоморфизме групп. Ядро гомоморфизма.
52. Определение кольца. Простейшие свойства колец. Гомоморфизмы колец. Подкольца.
53. Поле. Характеристика поля.
54. Поле комплексных чисел.
55. Геометрическое истолкование действий с комплексными числами.
56. Возведение в степень и извлечение корня в поле комплексных чисел.
57. Кольцо многочленов $A[x]$ над целостным кольцом A от одной переменной x .
58. Алгебраическая и функциональная точка зрения на многочлен.
59. Понятие алгебраического и трансцендентного элементов.
60. Деление с остатком в кольце $A[x]$.
61. Отношение делимости в кольцах. Неразложимые элементы кольца.
62. Факториальные кольца. Условие однозначности разложения любого элемента кольца на простые множители.
63. НОД и НОК в кольцах. Свойства НОД и НОК.

64. Теорема о НОД и НОК в факториальных кольцах.
65. Евклидово кольцо. НОД и НОК в евклидовых кольцах. Алгоритм Евклида.
66. Теорема о факториальности евклидовых колец. Факториальность кольца многочленов $P[x]$ над полем P .
67. Теорема о бесконечности множества неприводимых многочленов в $P[x]$.
68. Примитивные многочлены. Теорема Гаусса о содержании произведения многочленов.
69. Критерий неприводимости Эйзенштейна в кольце $\mathbb{Q}[x]$.
70. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера.
71. Кратные корни. Теорема о разложении многочлена на линейные множители.
72. Формулы Виета.
73. Изоморфизм кольца $A[x]$ над бесконечным кольцом A кольцу полиномиальных функций.
74. Интерполяция многочленов.
75. Дифференцирование в кольце многочленов. Производная n -ого порядка.
76. Кратные множители.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ

а) основная литература:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: Физматлит, 1994.
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1971.
3. Бакельман И.Я. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. М.: Просвещение. 1976
4. Сборник задач по алгебре. Под ред. А.И. Кострикина. М.: Факториал. 1995.

б) дополнительная литература:

1. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. М.: Просвещение. 1966.
2. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М.: Наука. 1970.

ПЕРЕВОД НА 3 КУРС

Аттестационное испытание по дисциплине «Аналитическая геометрия»

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ (АННОТАЦИИ ТЕМ)

Элементы векторной алгебры в пространстве.

Векторы. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Линейная зависимость векторов. Трехмерное векторное пространство. Базис. Подпространство векторного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Скалярное произведение векторов.

Метод координат на плоскости.

Аффинная система координат на плоскости. Прямоугольная декартова система координат. Деление отрезка в данном отношении. Ориентация плоскости. Угол между векторами на ориентированной плоскости. Формулы преобразования координат. Полярные координаты. Переход от полярных координат к декартовым и обратно.

Прямая линия на плоскости.

Различные способы задания прямой на плоскости: точкой и направляющим вектором; двумя точками; точкой и вектором нормали; (параметрические и канонические уравнения прямой); уравнение прямой с угловым коэффициентом, уравнение прямой "в отрезках", общее уравнение прямой. Геометрический смысл коэффициентов при неизвестных в общем уравнении прямой. Геометрический смысл знака трехчлена $\square Ax + By + C$. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Пучок прямых. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми.

Линии второго порядка.

Эллипс. Гипербола. Парабола. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы в полярных координатах. Директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы. Мнимые точки плоскости. Общее уравнение линии второго порядка. Пересечение линии второго порядка с прямой. Асимптотические направления. Центр линий второго порядка. Касательная к линии второго порядка. Диаметры. Сопряженные направления. Главные направления. Главные диаметры. Оси. Классификация линий второго порядка. Приведение уравнения линий второго порядка к каноническому виду.

Преобразования плоскости.

Преобразования множества. Композиция преобразований. Группа преобразований. Подгруппа. Групповой подход к геометрии. Движения плоскости. Частные виды движений: параллельный перенос, поворот, осевая симметрия, центральная и скользящая симметрии. Свойства движений. Аналитическое задание. Движение I и II рода. Классификация движений. Группа движений плоскости и ее подгруппы. Преобразование подобия. Гомотетия. Свойства. Аналитическое задание. Группа подобий и ее подгруппы. Аффинные преобразования плоскости. Свойства. Аналитическое задание. Частные случаи аффинного преобразования: родство, подобие, движение. Группа аффинных преобразований и ее подгруппы.

Метод координат в пространстве. Векторное и смешанное произведения векторов.

Аффинная система координат в пространстве. Прямоугольная декартова система координат. Ориентация пространства. Формулы преобразования координат в пространстве. Векторное произведение векторов. Площадь треугольника. Смешанное произведение векторов. Объем тетраэдра.

Плоскость и прямая в пространстве.

Различные способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости. Геометрический смысл коэффициентов при неизвестных в общем уравнении плоскости. Геометрический смысл знака многочлена $Ax + By + Cz + D$. Взаимное расположение двух и трехплоскостей. Пучок и связка плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Различные способы задания прямой в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости. Связка прямых. Угол между двумя прямыми. Угол между прямой и плоскостью.

Преобразование пространства.

Аффинные преобразования. Движения. Подобия. Параллельный перенос. Поворот. Симметрии относительно точки, прямой и плоскости.

Поверхности второго порядка.

Изучение эллипсоидов, гиперboloидов и параболоидов по их каноническим уравнениям. Цилиндры и конусы второго порядка. Прямолинейные образующие поверхности второго порядка. Канонические сечения.

Проективная плоскость.

Понятие проективной плоскости. Модели проективной плоскости. Однородные координаты. Линии второго порядка в однородных координатах. Проективная система координат. Проективные преобразования. Проективная классификация линий второго порядка.

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ

1. Векторы и действия над ними.
2. Линейная зависимость векторов.
3. Трехмерное векторное пространство. Базис. Подпространства.
4. Координаты вектора в данном базисе.
5. Скалярное произведение векторов.
6. Аффинная система координат на плоскости.
7. Прямоугольная декартова система координат.
8. Деление отрезка в данном отношении.
9. Ориентация плоскости.
10. Угол между двумя векторами.
11. Формулы преобразования координат на плоскости.
12. Полярные координаты. Переход к прямоугольной декартовой системе координат и обратно.
13. Различные способы задания прямой. Различные уравнения прямой на плоскости.
14. Геометрический смысл коэффициентов при неизвестных в общем уравнении прямой на плоскости.
15. Геометрический смысл знака трехчлена $Ax + By + C$.

16. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
17. Пучок прямых.
18. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
19. Угол между двумя прямыми на плоскости.
20. Эллипс.
21. Гипербола.
22. Парабола.
23. Уравнения эллипса, гиперболы, параболы в полярной системе координат.
24. Директориальное свойство эллипса, гиперболы и параболы.
25. Общее уравнение линии второго порядка.
26. Пересечение линии второго порядка с прямой.
27. Асимптотические направления.
28. Центр линий второго порядка.
29. Касательная к линии второго порядка.
30. Диаметры линии второго порядка.
31. Сопряженные направления. Главные направления. Главные диаметры. Оси.
32. Классификация линий второго порядка.
33. Приведение линий второго порядка к каноническому виду.
34. Группа движений плоскости и ее подгруппы.
35. Классификация движений плоскости и аналитическое задание.
36. Группа подобий плоскости и ее подгруппы. Аналитическое задание подобия.
37. Аффинные преобразования плоскости. Свойства. Аналитическое задание.
38. Группа аффинных преобразований и ее подгруппы.
39. Аффинная система координат в пространстве.
40. Прямоугольная декартова система координат в пространстве.
41. Ориентация пространства.
42. Формулы преобразования координат в пространстве.
43. Векторное произведение векторов. Его геометрический смысл.
44. Смешанное произведение векторов. Его геометрический смысл.
45. Различные уравнения плоскости в пространстве.
46. Геометрический смысл коэффициентов при неизвестных в общем уравнении плоскости.
47. Геометрический смысл знака многочлена $Ax + By + Cz + D$.
48. Взаимное расположение двух и трех плоскостей.
49. Пучок плоскостей.
50. Расстояние от точки до плоскости.
51. Угол между двумя плоскостями.
52. Различные уравнения прямой в пространстве.
53. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
54. Взаимное расположение прямой и плоскости.
55. Угол между двумя прямыми в пространстве.
56. Угол между прямой и плоскостью.
57. Изучение эллипсоидов, гиперболоидов и параболоидов по их каноническим уравнениям.
58. Цилиндры и конусы второго порядка.
59. Прямолинейные образующие поверхностей второго порядка.
60. Конические сечения.
61. Понятие проективной плоскости и ее модели.
62. Однородные координаты.
63. Линии второго порядка в однородных координатах.
64. Проективная система координат.
65. Проективные преобразования.

66. Проективная классификация линий второго порядка.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ

а) основная литература:

1. Базылев В.Т., Дуничев В.И., Иваницкая В.П. Геометрия, ч. 1, 2, М., Просвещение, 1974, 1975.
2. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия, ч. 1, 2, М., Просвещение, 1986, 1987.
3. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры, М., Наука, 1979.
4. Сборник задач по геометрии под ред. Базылева В.Г. М., 1980.
5. Атанасян Л.С., Атанасян В.А. Сборник задач по геометрии, ч. 1, 2, М., 1973, 1975.

б) дополнительная литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М., Наука, 1981.
2. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М., 1968.
3. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. М., 1970.
4. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. М., 1969.

Аттестационное испытание по дисциплине «Линейная алгебра и геометрия»

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ (АННОТАЦИИ ТЕМ)

Линейные пространства.

Понятие линейного пространства. Примеры. Свойства линейного пространства.

Понятие линейной зависимости векторов линейного пространства.

Базис и размерность линейного пространства.

Базис и координаты вектора. Переход от одного базиса к другому. Размерность линейного пространства. Понятие изоморфизма линейных пространств.

Подпространства линейных пространств.

Понятие подпространства. Линейная оболочка системы векторов. Сумма и пересечение подпространств. Разложение линейного пространства в прямую сумму пространств.

Сопряженное пространство.

Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Дуальный базис.

Линейные отображения.

Линейные отображения и их свойства. Матрица линейного отображения. Ядро и образ линейного отображения.

Линейные операторы.

Линейные операторы. Матрица линейного оператора в различных базисах. Действия над линейными операторами. Условие обратимости линейного оператора. Дефект и ранг линейного оператора.

Идемпотентные операторы.

Идемпотентные операторы. Сумма, разность и произведение идемпотентов. Инволютивный оператор.

Собственные векторы и инвариантные подпространства.

Инвариантные подпространства. Собственные векторы. Характеристический многочлен. Собственные значения. Диагонализируемые операторы. Теорема о прямой сумме.

Операторы с простым спектром.

Жорданова нормальная форма линейного оператора.

Нильпотентные и циклические операторы. Жорданова клетка. Жорданова матрица. Корневые подпространства. Корневое разложение. Примеры. Теорема о Жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора.

Комплексификация линейного оператора.

Теорема Гамильтона-Кэли. Комплексификация линейного оператора. Собственные подпространства, принадлежащие характеристическим корням. Комплексно-диагонализируемые операторы. Сопряженные операторы.

Билинейные и квадратичные формы.

Билинейные функционалы. Билинейные и квадратичные формы. Матрицы билинейной и квадратичной форм и их преобразование при переходе к новому базису. Ранги

билинейной и квадратичной форм. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Лагранжа. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Якоби.

Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

Евклидовы и унитарные векторные пространства.

Положительно определенные эрмитовы функции в линейном пространстве. Евклидовы и унитарные пространства и их простейшие свойства. Ортогональное дополнение к подпространству унитарного пространства. Сопряженные операторы в унитарном пространстве. Нормальные операторы. Унитарные и симметричные операторы. Структура ортогонального линейного оператора в евклидовом пространстве.

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ

1. Линейное (векторное) пространство, его свойства.
2. Линейная зависимость векторов, ее свойства.
3. Базис линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Размерность линейного пространства.
4. Переход от одного базиса к другому.
5. Изоморфизм линейных пространств.
6. Подпространства линейного пространства.
7. Линейная оболочка системы векторов.
8. Сумма и пересечение подпространств.
9. Разложение линейного пространства в прямую сумму пространств.
10. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Дуальный базис.
11. Определение и простейшие свойства линейных отображений. Матрица линейного отображения.
12. Ядро и образ линейного отображения.
13. Линейные операторы. Матрица линейного оператора в различных базисах. Действия над линейными операторами.
14. Условие обратимости линейного оператора. Дефект и ранг линейного оператора.

15. Идемпотентные операторы и действия над ними. Инволютивный оператор.
16. Инвариантные подпространства. Собственные векторы линейного оператора.
17. Характеристический многочлен линейного оператора. Характеристические корни и характеристическое уравнение.
18. Диагонализируемые операторы. Спектр операторов. Оператор с простым спектром. Теорема о прямой сумме.
19. Нильпотентные и циклические операторы. Матрица циклического оператора.
20. Жорданова клетка. Жорданова матрица. Жорданов базис.
21. Корневые подпространства. Корневое разложение. Свойства корневых подпространств.
22. Теорема о Жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора. Алгоритм приведения произвольной матрицы к жордановой нормальной форме.
23. Теорема Гамильтона-Кэли. Аннулятор оператора.
24. Комплексификация линейного оператора.
25. Собственные подпространства, принадлежащие характеристическим корням. Комплексно-диагонализируемые операторы.
26. Сопряженные оператор и его матрица.
27. Билинейные функционалы. Билинейные и квадратичные формы. Примеры.
28. Матрицы билинейной и квадратичной форм и их преобразование при переходе к новому базису.
29. Ранги билинейной и квадратичной форм.
30. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Лагранжа.
31. Нормальный вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.
32. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Якоби.
33. Положительно определенные квадратичные формы.
34. Критерий Сильвестра.
35. Полилинейные функционалы. Выражение для полилинейного функционала в заданном базисе. Переход от одного базиса к другому.
36. Положительно определенные эрмитовы функции в линейном пространстве.
37. Ортогонализация базиса.
38. Классические группы матриц.
39. Евклидовы и унитарные пространства и их простейшие свойства.
40. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского.
41. Ортонормированный базис и его существование.
42. Определитель Грама.
43. Ортогональное дополнение к подпространству унитарного пространства.
44. Сопряженные операторы в унитарном пространстве.
45. Нормальные операторы в унитарном пространстве.
46. Унитарные и симметричные операторы.
47. Структура ортогонального линейного оператора в евклидовом пространстве.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ

1. П.С.Александров курс аналитической геометрии и линейной алгебры, М., 1979.
2. Л.А.Беклимишева, А.Ю.Петрович, И.А.Чубаров Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре, М., 1987.
3. Ф.Л.Варпаховский, А.С.Солодовников и др. Алгебра (учебное пособие для студентов з/о), издательство МГЗПИ, М., 1978.
4. А.П.Громов Учебное пособие по линейной алгебре, М.,1971.
5. Н.В.Ефимов, Э.Г.Розендорн Линейная алгебра и многомерная геометрия, М.,1970.
6. Задачник-практикум по геометрии, Ч.3 (учебное пособие для студентов з/о II курса физ.-мат. фак-тов пединститутов), М., 1979.
7. В.А.Ильин, Э.Г.Поздняк Линейная алгебра, М., 1984.

8. А.И.Кострикин, Ю.И.Манин Линейная алгебра и геометрия, М., 1986.
9. В.А.Нечаев Задачник-практикум по алгебре, М.,1983.
10. И.В.Парнасский, О.Е.Парнасская Многомерные пространства. Квадратичные формы и квадрики, М., 1978.
11. М.М.Постников Линейная алгебра, М., 1986.
12. Сборник задач по алгебре под редакцией Кострикина, издательство "Факториал", 1995.

ПЕРЕВОД НА 4 КУРС

Аттестационное испытание по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ (АННОТАЦИИ ТЕМ)

Обыкновенные дифференциальные уравнения

Обыкновенные дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения второго порядка. Интегральные кривые.

Уравнения с разделяющимися переменными. Понятие общего решения дифференциального уравнения. Частное решение. Однородные уравнения.

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.

Уравнения Бернулли и Клеро. Уравнение Лагранжа.

Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Особое решение.

Теорема существования и единственности решения дифференциальных уравнений высших порядков. Некоторые типы уравнений, допускающие понижение порядка.

Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Линейная зависимость и независимость функций. Определитель.

Линейные однородные уравнения второго порядка. Линейные неоднородные уравнения второго порядка.

Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Колебания.

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Сведение произвольной системы дифференциальных уравнений к системе дифференциальных уравнений первого порядка.

Нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задача Коши. Теоремы существования и единственности для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Свойства решений нормальной системы линейных однородных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля.

Решение нормальной системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений.

Метод вариации произвольных постоянных.

Решение нормальной системы линейных дифференциальных уравнений методом исключения.

Нормальные системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Динамические системы и их геометрическая интерпретация. Свойство решений динамических систем. Самопересекающиеся траектории.

Поведение траекторий динамических систем на плоскости.

Устойчивость по Ляпунову

Функция последования и ее свойства.

Ламповый генератор как пример изучения траекторий динамических систем.

Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами (случаи действительных и комплексных корней характеристического уравнения).

Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами (вырожденные случаи).

Устойчивость решения системы дифференциальных уравнений по Ляпунову.

Достаточные условия устойчивости нулевого решения однородной линейной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Функция Ляпунова. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

Применение методов Ляпунова для определения устойчивости состояний равновесия в цепи вольтовой дуги.

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ

1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Геометрическая интерпретация нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача Коши.
3. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для нормальной системы.
4. Линейная зависимость и независимость решений системы.
5. Определитель Вронского.
6. Формула Лиувилля.
7. Решение нормальной системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений. Метод вариации произвольных постоянных.
8. Решение нормальной системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений методом исключения.
9. Нормальные системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
10. Динамические системы и их геометрическая интерпретация.
11. Свойства решений динамической системы.
12. Свойства самопересекающихся траекторий динамической системы.
13. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
14. Случай действительных корней.
15. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
16. Случай комплексных корней.
17. Поведение траекторий линейных однородных систем дифференциальных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
18. Вырожденные случаи.
19. Поведение траекторий динамических систем на плоскости. Функция последования.
20. Ламповый генератор.
21. Определение устойчивости по Ляпунову. Примеры.
22. Устойчивость решения $x=0$ (достаточные признаки) системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
23. Лемма Ляпунова.
24. Теорема Ляпунова.
25. Линейные уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными.
26. Характеристическое уравнение.

27. Классификация линейных уравнений второго порядка.
28. Уравнение колебаний струны.
29. Теорема единственности.
30. Формула Даламбера.
31. Задача Коши для бесконечной струны. Устойчивость решений.
32. Первая краевая задача для полуограниченной прямой.
33. Метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля.
34. Решение первой краевой задачи методом разделения переменных.
35. Первая краевая задача для неоднородного уравнения.
36. Общая схема метода разделения переменных.
37. Первая краевая задача для уравнения колебаний мембраны.
38. Формула Кирхгофа.
39. Уравнение Лапласа. Гармонические функции. Сингулярное решение
40. уравнения Лапласа.
41. Интегральное представление функций класса C^2 .
42. Предельные значения потенциала двойного интеграла.
43. Непрерывность потенциала простого слоя.
44. Интегральное представление гармонической функции.
45. Теоремы единственности для уравнения Лапласа.
46. Прямое значение потенциала двойного слоя.
47. Интеграл Гаусса.
48. Принцип максимума.
49. Свойства объемного потенциала.
50. Сферические функции. Решение задач Дирихле и Неймана с помощью сферических функций.
51. Задача Дирихле для полупространства.
52. Теорема Лиувилля.
53. Функция Грина для шара.
54. Функция Грина.
55. Теорема о среднем.
56. Интеграл Пуассона.
57. Задача Дирихле для круга. Метод разделения переменных.
58. Понятие о потенциалах.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОГРАММЫ

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э., Теория колебаний, М., Наука, 1981.
2. Арнольд В.И., Обыкновенные дифференциальные уравнения, М., Наука, 1984.
3. Карташев А.П., Рождественский Б.Л., Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления, М., Наука, 1976.
4. Киселев А.И. и др., Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям, М., Высшая школа, 1965.
5. Краснов М.Л. и др., Сборник задач по дифференциальным уравнениям, М., Высшая школа, 1978.
6. Матвеев Н.М., Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям, М., Росвузиздат, 1962.
7. Петровский И.Г., Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений, М., Наука, 1970.
8. Понтрягин Л.С., Обыкновенные дифференциальные уравнения, М., Наука, 1970.
9. Степанов В.В., Курс дифференциальных уравнений, М., Гостехиздат, 1953.
10. Филиппов А.Ф., Сборник задач по дифференциальным уравнениям, М., Наука, 1973.